1. Vis at for enhver følge av reelle tall $a_1, a_2, \ldots, a_n$ har vi at

$$a_1 + a_2 + \ldots + a_n \leq \sqrt{n}(a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2)^{\frac{1}{2}}.$$

2. Vis også at

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \leq \left(\sum_{k=1}^{n} |a_k|^{2/3} \right)^{1/2} \left(\sum_{k=1}^{n} |a_k|^{4/3} \right)^{1/2}.$$

3. For $a, b, c > 0$ vis at

$$\frac{a^2 + b^2}{a + b} \geq \frac{a + b}{2}.$$

4. La $a, b, c, d > 0$. Vis at

$$\frac{a}{a+b+d} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{c+d+a} > 1.$$

5. La $C \subseteq \mathbb{R}$ være et ikketomt, lukket og begrenset intervall, og la $f : C \to C$ være en ikkesynkende kontinuerlig funksjon. Vis at det finnes et punkt $p \in C$ slik at $f(p) = p$.

6. La $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Vis eller motbevis følgende utsagn:

   (a) Hvis f er kontinuerlig og im $f = \mathbb{R}$, så er f monoton.

   (b) Hvis f er monoton og im $f = \mathbb{R}$ så er f kontinuerlig.

   (c) Hvis f er monoton og kontinuerlig så er im $f = \mathbb{R}$.

7. Finn alle funksjoner $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ slik at for alle reelle tall $a < b$ så er bildet $f([a, b])$ et lukket intervall av lengde $b - a$.

8. La $f(x) = x^2 + bx + c$, der $b, c \in \mathbb{R}$, og la $M = \{x \in \mathbb{R} \mid |f(x)| \leq 1\}$. M er enten tom eller består av disjunkte (separate) åpne intervaller. La summen av lengdene av disse intervallene være $|M|$. Vis at $|M| \leq 2\sqrt{2}$.