

1. La  $p$  være et odde primtall og anta at  $a$  har orden 3 modulo  $p$ . Vis at  $a + 1$  har orden 6 modulo  $p$ .

2. La  $p$  være et odde primtall. Vis at

$$1^n + 2^n + \dots + (p-1)^n \equiv \begin{cases} -1 \pmod{p} & \text{hvis } (p-1) \mid n \\ 0 \pmod{p} & \text{ellers.} \end{cases}$$

3. Finn alle hele tall  $k$  slik at både  $k + 1$  og  $16k + 1$  er kvadrattall.

4. Finn alle hele tall  $a, b, c$  slik at  $(2a + b)(2b + a) = 5^c$ .

5. Finn antallet  $x$  slik at  $0 < x < 10^{2006}$  og  $10^{2006} \mid (x^2 - x)$ .

6. Vis at ligningen  $15x^2 - 7y^2 = 9$  ikke har heltallsløsninger.

7. La  $n$  være et 9-sifret tall hvor alle sifrene unntatt 0 forekommer, og hvor det siste sifferet er 5. Vis at  $n$  ikke er et kvadrattall.

8. Vis at det ikke fins et polynom  $f$  med heltallskoeffisienter slik at  $f(7) = 11$  og  $f(11) = 13$ .