1. La f være et monisk polynom av grad 6 slik at $f(1) = 1$, $f(2) = 2$, $f(3) = 3$, $f(4) = 4$, $f(5) = 5$, $f(6) = 360$. Finn $f(7)$.

2. La $f(x) = ax^2 + bx + c$. Anta at f ikke har reelle røtter og at $a + b + c = 4$. Vis at $c > 0$.

3. La f være et polynom med heltallige koeffisienter slik at $f(\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 0$. Vis at summen av koeffisientene i f er delelig på 10.

4. Utled *abc*-formelen. Dersom $p(x) = ax^2 + bx + c$ (og $b^2 - 4ac \geq 0$) har (de reelle) røttene til p formen
$$x = \frac{1}{2a}\left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right).$$

5. Et polynom $p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ er *symmetrisk* dersom $a_i = a_{n-i}$ for alle i og $a_0 \neq 0$.
   (a) Vis at om p er et symmetrisk polynom er 0 ikke en rot til p.
   (b) Vis at om p er et symmetrisk polynom av odde grad så er -1 en rot til p. Da kan vi skrive $p(x) = (1 + x)q(x)$ for et polynom q. Vis at q er symmetrisk.
   (c) Vis at hvis r er en rot i et symmetrisk polynom er $1/r$ også en rot.

6. La f være et reellt polynom som har egenskapen at $f(g(x)) = g(f(x))$ for alle reelle polynomer g. Bestem f (dvs. finn $f(x)$).

7. (Fra Baltic Way 2007) La f, g, h være polynomer av grad høyst $2n + 1$ slik at
   (a) For alle reelle x er $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$
   (b) Det eksisterer distinkte reelle tall $x_1, x_2, \ldots, x_n$ slik at $f(x_i) = h(x_i)$
   (c) Det eksisterer et reellt tall x_0 forskjellig fra alle $x_1, x_2, \ldots, x_n$ slik at $f(x_0) + h(x_0) = 2g(x_0)$.

   Vis at $f(x) + h(x) = 2g(x)$ for alle reelle x.

8. (Fra IMC 2005) Finn alle polynomer $p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$ slik at
   (a) $(a_0, \ldots, a_n)$ er en permutasjon av tallene $(1, \ldots, n)$
   (b) alle røttene til p er rasjonale.