Laplace-transformen

Introduksjon

Vi har altså definert Laplace-transformen som følgende:

Definisjon: *Laplacetransformen* til funksjonen $f(t)$ er funksjonen $F(s)$ gitt ved

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int f(t)e^{-st}dt$$

Her kan vi tenke på $F(s)$ som en representasjon av funksjonen $f(t)$ på et annet sted enn der funksjonen $f(t)$ bor. Dette stedet pleier vi å kalle s-rommet, men ikke tenk så hardt på det. Det viktigste er at $F(s)$ noen ganger er enklere å jobbe med! Det første uttrykket her, $\mathcal{L}\{f(t)\}$ er bare notasjon som er mye enklere enn å skrive ned integralet og hele greia.

Problemet

1: Bevis at vi kan flytte en konstant utenfor, og at transformen er lineær, dvs. at

$$\mathcal{L}\{a \cdot f(t) + b \cdot g(t)\} = a \cdot F(s) + b \cdot G(s)$$

der $F(s)$ og $G(s)$ er transformen til hhv. $f(t)$ og $g(t)$.

2: Hva skjer når vi tar transformen av den deriverte av en funksjon? Finn et uttrykk for

$$\mathcal{L}\{f'(t)\}$$

som avhenger av $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$, dvs. transformen til den opprinnelige funksjonen.

Tips

Hint, del 2: prøv å gjennomføre delvis integrasjon en gang. Hva står du igjen med nå?