Polynomer og moduloregning

Introduksjon

Her får du presentert et tredjegradspolynom, og to "steder" der du skal finne løsninger på dette polynomet, altså for hvilken x det er lik 0. Dette er et typisk problem i ***abstrakt algebra***, der man gjerne bruker fancy definisjoner og teoremer. Du kan (antakeligvis) ingen slike, så derfor må du bruke din kløkt og visdom for å angripe problemet. Det du kanskje vil oppdage iløpet av denne oppgaven, er at et av de "stedene" du skal jobbe med ikke oppfører seg helt som forventet. Dersom du ikke har regnet en del med modulo, bør du sette deg ned og regne litt pluss, gange, osv. med modulo først, slik at du har kontroll på dette.

Problemet

Vi definerer to "steder" og kaller dem hhv. $\mathbb{Z}_5$ og $\mathbb{Z}_6$. $\mathbb{Z}_5$ *er tallene* $0, 1, 2, 3, 4$og $\mathbb{Z}_6$ *er tallene* $0, 1, 2, 3, 4, 5$. Hvis vi legger sammen eller ganger sammen to tall, må vi ta resultatet modulo 5 (eller 6). Så 4+3=2 i $\mathbb{Z}_5$ mens 4+3=1 i $\mathbb{Z}_6$.

Du skal nå finne *røttene til polynomet*$x^3 - x$ *i* $\mathbb{Z}_5$ *og* Z_6 . Det betyr at du skal finne hvilke x som gjør at polynomet blir 0.

Tips

Det blir ingen direkte hint denne gangen, men når du har løst problemet, kan du tenke på følgende: kan du faktorisere polynomet i lineære faktorer (slik som du er vant til å faktorisere)? Gjør det både i $\mathbb{Z}_5$ og i $\mathbb{Z}_6$. Er det en forskjell på disse to stedene?