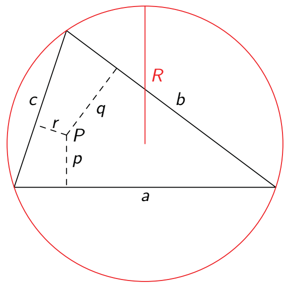
## Oppgave 1




Et indre punkt $P$ i en trekant har avstand $p$, $q$, $r$ til sidene, som har lengde henholdsvis $a$, $b$, $c$. Vis at

$$\sqrt{2R}(\sqrt{p}+\sqrt{q}+\sqrt{r}) \leqslant \sqrt{a^2+b^2+c^2},$$

der $R$ er omradien i trekanten.

Når gjelder likhet?

Foreslått av mange land

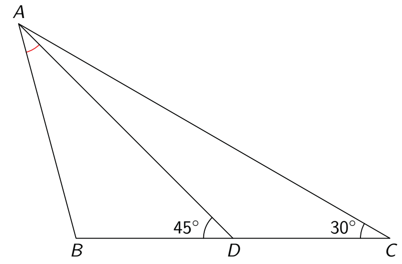
## Oppgave 2

Anta at $a$, $b$, $c > 0$ og at $abc = 1$. Vis at

$$\left(a-1+\frac{1}{b}\right)\left(b-1+\frac{1}{c}\right)\left(c-1+\frac{1}{a}\right) \leqslant 1.$$

IMO 2000 i Korea

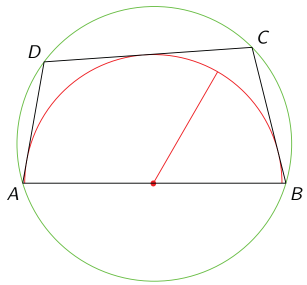
## Oppgave 3




I trekanten $ABC$ er $D$ midtpunktet på siden $BC$. Finn vinkel $DAB$ når vinklene $BDA$ og $BCA$ henholdsvis er $45^\circ$ og $30^\circ$.

Foreslått av Sør-Afrika

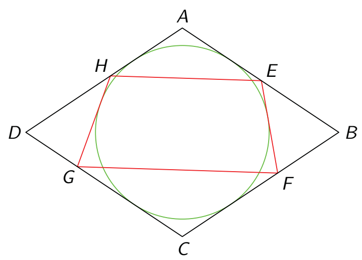
## Oppgave 4




$ABCD$ er en syklisk firkant (det vil si at alle hjørnene ligger på en sirkel). En sirkel har sentrum på siden $AB$ og tangerer de tre andre sidene i firkanten. Vis at $AD + BC = AB$.

IMO 1985 i Finland

## Oppgave 5




$ABCD$ er en rombe. Punktene $E$, $F$, $G$, $H$ ligger på henholdsvis $AB$, $BC$, $CD$, $DA$ slik at $EF$ og $GH$ tangerer innsirkelen til romben. Vis at $EH \parallel GF$.

Foreslått av Brasil

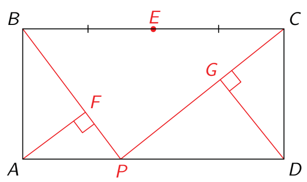
## Oppgave 6

Anta at $a$, $b$, $c > 0$ og at $abc = 1$. Vis at

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geqslant \frac{3}{2}.$$

IMO 1995 i Canada

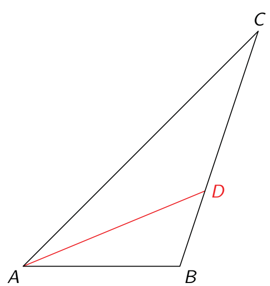
## Oppgave 7




La $ABCD$ være et rektangel slik at $BC = 2AB$. La $E$ være midtpunktet på $BC$ og $P$ et indre punkt på $AD$. La videre $F$ og $G$ være fotpunktet for normalen fra henholdsvis $A$ på $BP$ og fra $D$ på $CP$. Vis at $E$, $F$, $G$ og $P$ er konsykliske (ligger på samme sirkel).

Baltic Way 2003 i Latvia

## Oppgave 8

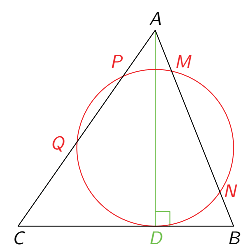



La $D$ være skjæringspunktet mellom $BC$ og halveringslinja til vinkel $A$ i trekanten $ABC$. Vis at

$$AB \cdot AC > AD^2.$$

Foreslått av Estland

## Oppgave 9




Trekanten $ABC$ er spissvinklet, med $D$ som fotpunktet fra $A$ på $BC$. En sirkel tangerer $BC$ i $D$, skjærer linjestykket $AB$ i $M$ og $N$ og skjærer linjestykket $AC$ i $P$ og $Q$. Vis at

$$AB \cdot (AM + AN) = AC \cdot (AP + AQ).$$

Foreslått av Tyskland